

## 1 Curriculum vitae synthétique

Leplaideur Renaud	Maître de conférences hors classe à l'UBO. Section CNU : 25
Né le 14 avril 1970.	
1987	• Baccalauréat C.
1993	• DEA de mathématiques pures de Paris-Sud (Orsay). Diplôme d'ingénieur de Supélec. Élève à l'ENS Cachan.
1996	• Agrégation de mathématiques.
1997	• Doctorat de mathématiques à Paris-Sud sous la co-direction de P. Thieullen et de J.-C. Yoccoz.
1998-2001	• Maître de Conférences à l'Université de Bretagne Sud (Vannes-Lorient).
depuis 2001	• Maître de Conférences à l'Université de Brest. UMR 6205
2008	• Habilitation à Diriger des Recherches.

## 2 Recherche et travaux

### 2.1 Thématique de recherche

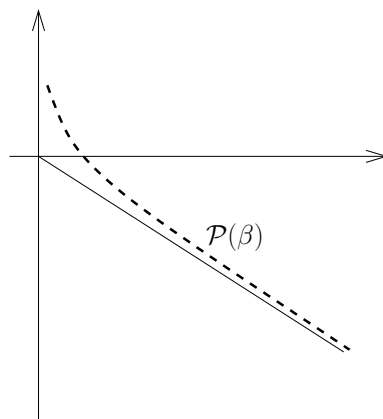
Mes recherches concernent la théorie ergodique différentiable pour les systèmes dynamiques hyperboliques. Depuis quelques années je m'intéresse spécialement à l'optimisation ergodique ainsi qu'aux phénomènes de transition de phase. C'est un sujet en interaction avec plusieurs autres domaines : mécanique statistique, théorie des opérateurs, probabilités, théorie du transport, algèbre Max-Plus, théorie analytique des nombres, dynamique symbolique, solutions des EDP lagrangiennes avec viscosité.

#### 2.1.1 Description générale

Étant donné un système dynamique, c'est à dire un compact  $X$  et une transformation (au moins continue)  $f : X \rightarrow X$ , le formalisme thermodynamique assigne à toute fonction continue  $\phi : X \rightarrow \mathbb{R}$  appelée *potentiel* une fonction pression  $\beta \rightarrow \mathcal{P}(\beta)$  où  $\beta$  est un paramètre réel.

Si le système est *uniformément hyperbolique* et le potentiel Hölder continu, la pression est  $\mathbb{R}$ -analytique. Par ailleurs, des résultats généraux montrent qu'elle est convexe et admet deux asymptotes en  $\pm\infty$ .

On dit qu'il y a transition de phase lorsque la pression cesse d'être analytique—il s'agit d'une définition probablement sensiblement différente de celle issue de la mécanique statistique ; l'optimisation ergodique consiste, quant à elle, à étudier ce qui se passe lorsque  $\beta$  tend vers  $\pm\infty$ . On se contente généralement du cas  $+\infty$ , l'autre s'obtenant en échangeant  $\phi$  et  $-\phi$ .



Les deux questions peuvent *a priori* être traitées de manières indépendantes mais, les quelques exemples classiques ou connus de transition de phase font apparaître une pression qui a un contact avec son asymptote en  $+\infty$ .

Le phénomène de transition de phase est un thème majeur en mécanique statistique. S'il a été très étudié d'un point de vue probabiliste (voir le modèle d'Ising), assez curieusement peut-être, il n'a été que très peu étudié du point de vue des systèmes dynamiques.

En mécanique statistique, le paramètre  $\beta$  est apparenté à l'inverse de la température. Faire  $\beta \rightarrow +\infty$  signifie donc geler le système. On sait alors que les propriétés des matériaux changent (par exemple phénomène de supraconductivité) et que le système atteint un *état fondamental*.

En d'autres termes, les transitions de phases connues en systèmes dynamiques présentent des systèmes qui atteignent leur état fondamental avant le zéro absolu, ce qui fait le lien entre ces deux phénomènes.

Les questions qui m'intéressent sont alors :

1. Peut-on caractériser une large classe de potentiels qui présenteront une transition de phase ? Si des conditions suffisantes pour garantir l'analyticité de la pression sont connues (voir plus haut), ces conditions sont loin d'être nécessaires et, il n'est paradoxalement pas aisé de prouver qu'il y a perte de l'analyticité.
2. Peut-on trouver une large classe de potentiels tels que l'équilibre à température positive (voir plus bas) converge vers un état fondamental du système ?
3. S'il y a convergence vers un état fondamental, et s'il y a *a priori* plusieurs états fondamentaux possibles, comment le système choisit-il la limite ?

### 2.1.2 Description des résultats obtenus

L'idée primordiale en mécanique statistique est qu'un matériau a à l'échelle microscopique ses atomes en constante interaction et évolution mais, garde à l'échelle

macroscopique un équilibre. Un *état* n'est donc pas une configuration mais une probabilité sur l'espace des configurations (sorte de loi des grands nombres).

Reprenant cette idée, le formalisme thermodynamique en systèmes dynamiques singularise des probabilités *f-invariantes* (l'équilibre temporel) qui représentent l'état du système en fonction du potentiel  $\phi$  et de l'inverse de la température  $\beta$ .

Si  $\mu_\beta$  représente une telle mesure pour  $\beta$  et  $\phi$ , il est connu que tout point d'accumulation<sup>1</sup>  $\mu_\infty$  lorsque  $\beta$  tend vers  $+\infty$  est une mesure  $\phi$ -maximisante :

$$\int \phi d\mu_\infty = \max_{\mu} \int \phi d\mu.$$

Un *état fondamental* est donc une mesure  $\phi$ -maximisante. En outre, la pente de l'asymptote à la pression en  $+\infty$  est la valeur  $\int \phi d\mu_\infty$ .

L'étude des transitions de phase mais aussi de l'optimisation ergodique est donc liée à la construction de ces mesures d'équilibre.

Dans ma thèse de doctorat (voir [5]) j'ai développé une nouvelle technique de construction des mesures d'équilibre pour les systèmes uniformément hyperboliques.

Cette technique m'a permis d'étudier plus finement la fonction pression : dans [16], nous montrons qu'il est possible d'obtenir une transition de phase vers un état fondamental quasi-cristal à température positive. Il s'agissait d'une question ouverte en mécanique statistique. Ce travail faisait aussi la continuation de celui effectué dans [1] où nous introduisons une théorie de la renormalisation pour les potentiels. Dans [7] j'ai donné une démonstration dynamique de la convergence des  $\mu_\beta$  lorsque le potentiel est localement constant. Dans [11], je m'intéressais à la convergence de mesures conditionnelles lorsque  $\beta$  tend vers  $+\infty$ .

Dans [2, 15], j'ai étudié le mécanisme de sélection, ce qui correspond à la question du choix de l'état fondamental.

J'ai aussi appliqué ma méthode de construction aux systèmes dits non-uniformément hyperboliques. Ils sont de bons candidats à présenter des transitions de phase (travaux en cours) : système à tangence homocline[8, 9, 12]), systèmes avec cycle hétérodimensionnel (voir [13]) ou enfin pour des systèmes "à la Pesin" (voir [4, 6]). Dernièrement, dans [17] je m'intéresse au formalisme thermodynamique pour l'attracteur de Lorenz.

Même si à l'époque la problématique était différente, ces résultats ont contribué et contribuent toujours à l'orientation actuelle de mes recherches.

---

1. Il n'y a pas nécessairement convergence.

## 2.2 Publications

### 2.2.1 Travaux publiés ou acceptés

- [1] A. Baraviera, R. Leplaideur, A.O. Lopes. Renormalization for Manneville-Pomeau maps : the potential point of view. *Stoch. & Dynam.* Volume : 12, Issue : 4(2012).
- [2] A. Baraviera, R. Leplaideur, A.O. Lopes. Selection of measures for a potential with two maxima at the zero temperature limit *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.* 11, pp. 243-260.
- [3] J.-R. Chazottes and R. Leplaideur. Fluctuations of the  $N$ th return time for Axiom A diffeomorphisms. *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, 13(2) :399–411, 2005.
- [4] R. Leplaideur. Existence d’une mesure de Sinai-Ruelle-Bowen pour des systèmes non uniformément hyperboliques. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.*, 326(10) :1217–1220, 1998.
- [5] R. Leplaideur. Local product structure for equilibrium states. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 352(4) :1889–1912, 2000.
- [6] R. Leplaideur. Existence of *SRB*-measures for some topologically hyperbolic diffeomorphisms. *Ergod. Th. & Dynam. Sys.*, 24, 2004.
- [7] R. Leplaideur. A dynamical proof for the convergence of Gibbs measures at temperature zero. *Nonlinearity*, 18(6) :2847–2880, 2005.
- [8] R. Leplaideur and I. Rios. Invariant manifolds and equilibrium states for non-uniformly hyperbolic horseshoes. *Nonlinearity*, 19(11) :2667–2694, 2006.
- [9] R. Leplaideur and I. Rios. On the  $t$ -conformal measures and Hausdorff dimension for a family of non-uniformly hyperbolic horseshoes. *Ergod. Th. & Dynam. Sys.*, 29 :1917–1950, 2009.
- [10] R. Leplaideur and B. Saussol. Large deviation for return times in non-rectangle sets for axiom a diffeomorphisms. *Discrete Contin. Dynam. Systems*, 22(1& 2) :327–344, 2008.
- [11] R. Leplaideur. Totally dissipative measures for the shift and conformal  $\sigma$ -finite measures for the stable holonomies. *Bull. Braz. Math. Soc. (N.S.)*, 41 (2010), no. 1, 1–36.
- [12] R. Leplaideur. Thermodynamic formalism for a family of non-uniformly hyperbolic horseshoes and the unstable Jacobian . *Ergod. Th. & Dynam. Sys.* (2011)Volume 31, Issue 02, pp 423 - 447.
- [13] R. Leplaideur, K. Oliveira, and I. Rios. Equilibrium states for partially hyperbolic horseshoes. *Ergod. Th. & Dynam. Sys.* (2011), 31, 179–195.

- [14] R. Leplaideur, B. Saussol. Central Limit Theorem for dimension of Gibbs measures for skew expanding maps. *Stoch. & Dynam.* Volume : 12, Issue : 2(2012).
- [15] R. Leplaideur, Flatness is a criterion for selection, *Journal of Statistical Physics*, 2012, Volume 147, Number 4, pp. 728-757.
- [16] H. Bruin, R. Leplaideur. Renormalization and thermodynamic formalism in subshifts. Acceptée à *Com. Math. Phys.*.

### 2.2.2 Prépublications soumises

- [17] R. Leplaideur & V. Pinheiro, Thermodynamic formalism for Lorenz maps. Soumis à Proceedings of the London Math. Soc. , sept. 2012.

### 2.2.3 Autres publications

- [18] R. Leplaideur. *Structure locale produit de mesures hyperboliques*. Thèse de doctorat, Université Paris-Sud, 1997.
- [19] R. Leplaideur. *Formalisme thermodynamique pour des systèmes dynamiques hyperboliques. Mesures de Gibbs et mesures optimisantes..* Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Brest, 2008.

## 2.3 Projets de recherche

### 2.3.1 Dynamique uniformément hyperbolique

**Transition de phase, renormalisations, dynamique symbolique et substitutions.** Mes travaux précédents ([1, 16] ) m’ont amené à étudier les relations entre les potentiels qui présentent une transition de phase, les transformations qui sont des points fixes de la renormalisation, les potentiels fixes pour la renormalisation et les substitutions dans le shift à 2 symboles. Les résultats obtenus et les méthodes utilisées laissent à penser que l’étude peut se faire de manière plus générale (nombre de lettres de la substitution et longueur constante ou non).

Actuellement, je travaille avec H. Bruin (Univ. de Vienne) sur le cas de la substitution de Fibonacci, dont on sait qu’elle est naturellement associée à certaines transformations unimodales. Ces travaux m’amènent naturellement à m’intéresser à la dynamique symbolique (substitution, suites sturmiennes) donc à une certaine partie de la théorie des nombres.

Nous allons déposer une demande d’ANR-blanc (“international”) sur ce thème.

**Optimisation : problème de sélection.** Les publications [15] et [2] traite du problème de la sélection de mesures maximisantes à température zéro.

Je pense qu’il est certainement possible de caractériser les amas qui ont de la masse à température nulle en fonction de l’aplatissement du potentiel près de ces

amas. Je vais m’attacher à prouver cette conjecture, ce qui représente un travail sur le long terme puisque beaucoup de notions ne sont pas clairement définies dans le cadre général.

**Opérateur de transfert à somme continue.** Peut-être motivé par le modèle de Fenkel-Kontorova, qui fait un lien entre optimisation ergodique et la dynamique lagrangienne des Twist maps (dynamique symplectique), plusieurs auteurs développent maintenant des systèmes (par exemple le  $XY$ -modèle) tels que chaque point admet un continuum de pré-images. Dans ce cadre les outils restent à définir et à étudier. J’ai prévu d’engager une collaboration avec une jeune doctorante pakistanaise sur ce sujet.

### 2.3.2 Dynamique non uniformément hyperbolique

**Transition de phase ultime.** Je cherche à construire des difféomorphismes non-uniformément hyperboliques qui présentent une transition de phase ultime pour le potentiel  $-\log J^u$ . Un travail est en cours de rédaction pour exhiber un “candidat”. Il s’agit d’une famille de difféomorphismes avec tangente hétéroclite cubique, qui, par ailleurs, répond à une conjecture de Bonatti et Viana sur la frontière des difféomorphismes uniformément hyperboliques.

J’ai entamé une nouvelle collaboration avec R. Ruggiero (PUC-Rio) sur l’étude de transformations type Manneville-Pomeau mais pour des flots géodésiques (surface de courbure négative avec une géodésique fermée où la courbure s’annule). Nous voulons transposer les résultats valides pour les transformations. En particulier nous aimerions savoir si la mesure SRB peut dégénérer et se concentrer sur la géodésique. Ceci serait un nouvel exemple de transition de phase ultime, mais pour les flots cette fois.

J’ai un travail en cours avec J. Alvez (Porto) qui améliore le théorème de [6] et le rend optimal.

Enfin, je souhaiterais poursuivre les études de l’attracteur de Lorenz (voir [17]) et en particulier prouver l’existence de mesures présentant un exposant de Lyapunov infini. Il s’agit d’une question ouverte, en lien avec l’optimisation ergodique puisque dans ce cas, la pression associée à  $\beta \log J^u$  serait infinie pour  $\beta \geq 0$ .

## 3 Déroulement de la carrière

### 3.1 Recherche

#### 3.1.1 ANR

- Je participe au programme ANR DynNonHyp, coordonné par C. Bonatti et qui concerne les systèmes dynamiques non-uniformément hyperboliques prolongé jusqu’en juin 2013.

- Je suis membre de l’ANR Kam-Faible 2ème édition (coordonnée par A. Fathi).

- J'ai été membre des ANR TEMI , coordonné par Y. Coudène (2006-mai 2009), CrystalDyn , coordonné par J.-R. Chazottes (2007-2009) et KAM faible 1ère édition.

### 3.1.2 Groupe de travail & cours pour chercheurs

- J'anime actuellement un groupe de travail au sein de l'UBO qui étudie les liens entre les transitions de phases du point de vue probabiliste ou systèmes dynamiques. Ce groupe réunit la plupart de chercheurs actifs de l'axe "systèmes dynamique et probabilités" de l'UBO.

- En 2005 j'ai donné un cours de "DEA niveau 2" à Brest sur les systèmes hyperboliques et les mesures de Gibbs.

- En juin 2009 j'ai donné un second cours (master 2-2) sur la dynamique hyperbolique des fers à cheval (d'après le livre de Palis-Takens).

## 3.2 Enseignement

En tant que moniteur (AMN à Orsay de 1994 à 1997) durant ma thèse ou ATER (Orsay puis UBS en 1997-98) ou encore maître de conférences, une partie importante de mon temps est consacré à l'enseignement. À ce titre j'ai donné des cours et des TD dans des thématiques diverses et à des niveaux différents, allant du DEUG à la maîtrise, de l'algèbre à l'analyse et aux probabilités.

En particulier :

- Je suis investi dans la préparation au CAPES (devenue Master Enseignement) depuis plus de 12 ans et, j'ai acquis dans ce domaine une certaine compétence, confortée par des expériences pédagogiques.

J'ai également enseigné dans la préparation à l'Agrégation Interne et donné deux cours de DEA de niveau 2 à Brest.

- Je participe à une formation d'ingénieurs en alternance par apprentissage, cohabilitée par l'UBO et l'IFRIA. Cette formation s'adresse à un public non habituel à l'université (alternance) et qu'il faut convaincre de l'utilité des mathématiques tant pour l'aspect "formation intellectuelle au raisonnement" que pour l'aspect "math-outils".

Depuis 2 ans, à mon initiative, nous avons introduit l'utilisation d'un logiciel de calcul formel dans l'enseignement. Il s'agit de deux TP sur machine qui permettent de revoir les notions introduites en cours.

L'objectif est de changer le point de vue des apprentis : une des difficultés majeures qu'ils rencontrent réside dans la poursuite de calculs sans erreurs. Avec une machine, la problématique se focalise donc sur la compréhension des phénomènes et leurs interprétations.

### 3.3 Encadrement doctoral

- Au cours de mes séjours au Brésil et plus particulièrement à l'UFF, j'ai participé à l'encadrement de deux doctorants. Je les ai accueilli aussi chacun 1 mois à l'UBO. Ce co-encadrement est resté cependant assez informel.

- Je vais accueillir pendant 6 semaine (novembre-décembre) un étudiant de l'UFAL (Maceió Brésil) et j'irai poursuivre ce co-encadrement en février à Maceió.

- Enfin, nous prévoyons d'avoir un étudiant officiellement en co-tutelle avec K. Oliveira de l'UFAL.

- Je suis actuellement contact avec une doctorante du Pakistan qui devrait venir passer plusieurs mois à Brest. Nous avons pour cela déposé deux demandes de bourses, l'une de 3 mois auprès de l'UBO (mobilité entrante financée par le BQR) l'autre de 6 mois auprès de l'ambassade française au Pakistan (coopération du ministère des affaires étrangères).

### 3.4 Lien enseignement & recherche

- J'ai proposé une initiation à la recherche à plusieurs étudiant-e-s de L2 et L3 en 2010. Cette démarche était inspirée de "l'initiation scientifique au Brésil". L'idée était de permettre à de bons étudiant-e-s de s'initier le plus tôt possible au problème des questions ouvertes, sur un rythme moins contraignant que celui imposé par la semestrialisation.

- Actuellement j'essaye de développer cette expérience en l'officialisant. Plusieurs réunions ont eu lieu avec le directeur du département de mathématiques mais aussi la directrice de l'UFR des Sciences de l'UBO en vue de lui donner un cadre dans le future.

- Math en Jeans. Depuis cette année je participe au programme Math en Jeans avec un lycée brestois. Nous avons un groupe en classe de seconde et un en classe de terminale. La question posée est liée à l'équi-répartition des suites  $\{n\alpha\}$ , et vise à illustrer la différence entre rationnels et irrationnels.

## 4 Responsabilités collectives

### 4.1 Bibliothèque du laboratoire.

J'ai été durant quatre années responsable de la bibliothèque de notre laboratoire. Le bilan de mon mandat à la tête de la bibliothèque est le suivant :

- Signature d'une convention entre la Bibliothèque Universitaire et notre Bibliothèque de Laboratoire pour faciliter l'accès de notre bibliothèque, en augmenter la visibilité et coordonner les politiques d'achat.

- Obtention d'un Plan PluriFormation pour la bibliothèque (dossier 20081740), en décembre 2007 à hauteur de 4x15 000 euros environ.



## 4.2 Commission de spécialistes

J'ai été membre de la commission de spécialistes 25/26 de l'UBO (jusqu'à sa disparition).

## 4.3 Conseil et séminaire

**Conseil du département** J'ai été élu au conseil du département pendant 4 années.

**Séminaire.** Pendant plus de 5 ans, j'ai été co-responsable de la gestion du séminaire hebdomadaire d'Analyse et de Probabilités du laboratoire de mathématiques de Brest (UMR 6205).

# 5 Rayonnement et mobilité

## 5.1 Activités internationales

- Depuis 2003, nombreux séjours au Brésil, allant de quelques semaines à 6 mois d'affilé (novembre 2008 à début mai 2009). Séjours dans diverses universités fédérales (UFF, UFRGS, UFAL) ainsi qu'à l'IMPA.

J'ai été membre de 2 accords cofecub-CAPES entre la France et le Brésil, le Ma 545/07 et le 598/08.

J'ai été membre de jury de dissertation de "Mestrado" (équivalent du Master 2) de A. Pianca Guidolini, le 11 décembre 2007 à l'Universidade Fédéral Fluminense (Niterói-Brésil).

- Inversement, plusieurs professeurs brésiliens sont venus à l'UBO : I. Rios (UFF-Niterói), K. Oliveira (UFAL-Macéio), A. Baraviera (UFRGS-Porto Alegre), A.O. Lopes (UFRGS-Porto Alegre), E. Garibaldi (Unicamp-Campinas), V. Pinheiro (UFBA-Salvador), D.l Smania (USP)

- D'autres collaborations internationales en cours : J. Rivera-Letelier et G. Iommi de la PUC à Santiago du Chili, Y. Cao du Suzhou (Chine) et H. Bruin (Surrey Angleterre puis Vienne Autriche).

## 5.2 Projet européen DynEurBraz

- Je suis le responsable scientifique d'un projet européen d'échanges (FP7 IRSES-GA-2008-230844 - DynEurBraz qui se termine le 31 décembre 2012). Il concerne 11 universités/institutions (5 en Europe : UBO, UPS-CNRS, Imperial College, Université de Warwick, École Normale Supérieure de Pise, 6 au Brésil : IMPA, UNICAMP, UFF, UFRGS, UFAL) et touche une cinquantaine de chercheurs (de reconnaissance mondiale mais aussi des jeunes doctorants) et a un budget d'environ 400 000 euros.

Le programme finance de l'ordre de 200 mois de mission. Il aura permis à un étudiant de Brest de trouver un poste permanent au Brésil.

- Je serai le coordinateur français de la suite de DynEurBraz qui s'appelle BREUDS, et sera géré, cette fois-ci par l'Imperial College de Londres.

### 5.3 Appels d'offres en cour

- J'ai déposé un dossier Capes-Cofecub (accord franco-brésilien) pour l'étude des transitions de phases et de la température zéro. Il concerne en France, l'université de Bordeaux et l'UBO, au Brésil l'UFRGS (Porto Alegre), l'UFF (Niteroi) et IUFAL (Maceió). t
- ANR-blanc (ex-international), en coordination jointe avec H. Bruin (Autriche) sur l'étude des liens entre les transitions de phases, les substitutions et la renormalisation.

- Financement de bourses de thèses avec le Pakistan, l'objectif étant de développer des liens entre les universités.

### 5.4 Exposés-colloques-écoles

Je donne régulièrement des exposés dans les différents séminaires des universités en France (Bordeaux, Brest, Bretagne-Sud, Marseille, Paris 6, Paris 11, Paris 13, Lille, Calais, Nantes, Montpellier, etc), ou au Brésil dans le cadre de mes collaborations (IMPA, UFF, PUC, UFRGS). Je participe fréquemment à des colloques ou écoles et j'y fais des exposés (Roscoff mai 05, Marseille juin 05, Santiago du Chili décembre 04, 06 et 10, Chicago mai 06-en l'honneur de F. Ledrappier, Pavages au CIRM en 07, Trieste 08, Porto-Alegre 08, Maceio 08, Séminaire tournant EDAI à Rio 09, École de dynamique de Maceio 2010, Buzios 2010, Porto Alegre 2010, UFF workshop de dynamique et de topologie 2008 et 2011, Atacama "bicentenaire" (Chili) 2010), Cirm- juillet 2011, Kam faible Bordeaux 2011, colloquium UMI CNRS-IMPA février 2012, Workshop été 2012 de l'UFF (2012), Trieste 2012, Worshop UFF 2013...

### 5.5 Organisation d'événements

- J'ai organisé en décembre 2010 à Ouessant une rencontre financée par le programme ANR DynNonHyp. Elle a réunie une quinzaine de personnes.

- En juin 2011 j'ai organisé une école thématique dans le cadre de DynEurBraz. Elle aura duré 15 jours et réuni 45 personnes venant essentiellement de Brésil mais aussi de France, Allemagne, Angleterre, Chine, Turquie, Mexique, Canada (page : <http://pagesperso.univ-brest.fr/~leplaide/dyncorn.html> —budget environ 30000 euros).

- Je renouvelle cette année la rencontre DynNonHyp à Ouessant (17 au 20 décembre 2012).