

L2 Mathématiques PMRC, Analyse dans  $\mathbf{R}^n$

Devoir préparatoire No. 2, Nov 2019

Application inverse, points critiques

Aucun document n'est autorisé, usage de calculatrices interdit

1. Soit  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  l'application définie par

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + xyz \\ y + xy \\ z + 2x + 3z^2 \end{pmatrix}$$

(a) Calculer la matrice jacobienne de  $f$  et déterminer son rang en l'origine  $x = y = z = 0$ .

(b) Appliquer le théorème de l'application inverse pour déterminer si le système

$$\begin{cases} u(x, y, z) = x + xyz \\ v(x, y, z) = y + xy \\ w(x, y, z) = z + 2x + 3z^2 \end{cases}$$

est résoluble pour  $x, y, z$  en fonction de  $u, v, w$  dans un voisinage de  $(u, v, w) = (0, 0, 0)$ .

2. Soit  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$  la fonction

$$f(x, y, z) = x^2y + xz^2 - \frac{5}{2}x^2 + yz.$$

Calculer ses points critiques et déterminer leur nature (max/min local, point de selle,...).

FIN