

Université de Brest
Licence 3: PMRC Analyse
Année 2019-2020

Feuille TD 2 – Espaces de Banach, Exemples de Hilbert

Exercice 1

Montrer que les normes $\|\cdot\|_1$ et $\|\cdot\|_\infty$ sur $\mathcal{C}^0([0, 1], \mathbb{K})$ ne sont pas équivalentes.

Exercice 2

Montrer que \mathbb{C}^n muni du produit hermitien usuel est un espace de Hilbert.

Exercice 3

Montrer que $l_{\mathbb{N}}^2$ est un espace de Hilbert.

Exercice 4

Dans l'espace $l_{\mathbb{N}}^2$, on considère

$$F := \{(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \mid x_1 = 0\}.$$

Déterminer F^\perp et $(F^\perp)^\perp$.

Exercice 5

Montrer que $\mathcal{C}^0([0, 1], \mathbb{K})$ muni du produit scalaire défini en cours n'est pas complet.